basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN

WISKUNDE V2

2016

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 15 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 31 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat jy die vraestel begin beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke ensovoorts wat jy gebruik het om die antwoorde te bepaal, duidelik aan.
4. Antwoorde alleenlik sal nie noodwendig volpunte verdien nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

'n Toeroperateur het op 'n sekere dag 11 toerbusse na 11 verskillende bestemmings toe gestuur. Die tabel hieronder toon die getal passasiers op elke bus.

8	8	10	12	16	19	20	21	24	25	26

1.1 Bereken die gemiddelde getal passasiers wat in 'n toerbus ry. (2)

1.2 Skryf die vyf-getal-opsomming van die data neer. (3)

1.3 Skets 'n mond-en-snordiagram vir die data. Gebruik die getallelyn wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf word. (2)

1.4 Verwys na die mond-en-snordiagram en lewer kommentaar op die skeefheid van die datastel. (1)

1.5 Bereken die standaardafwyking vir hierdie datastel. (2)

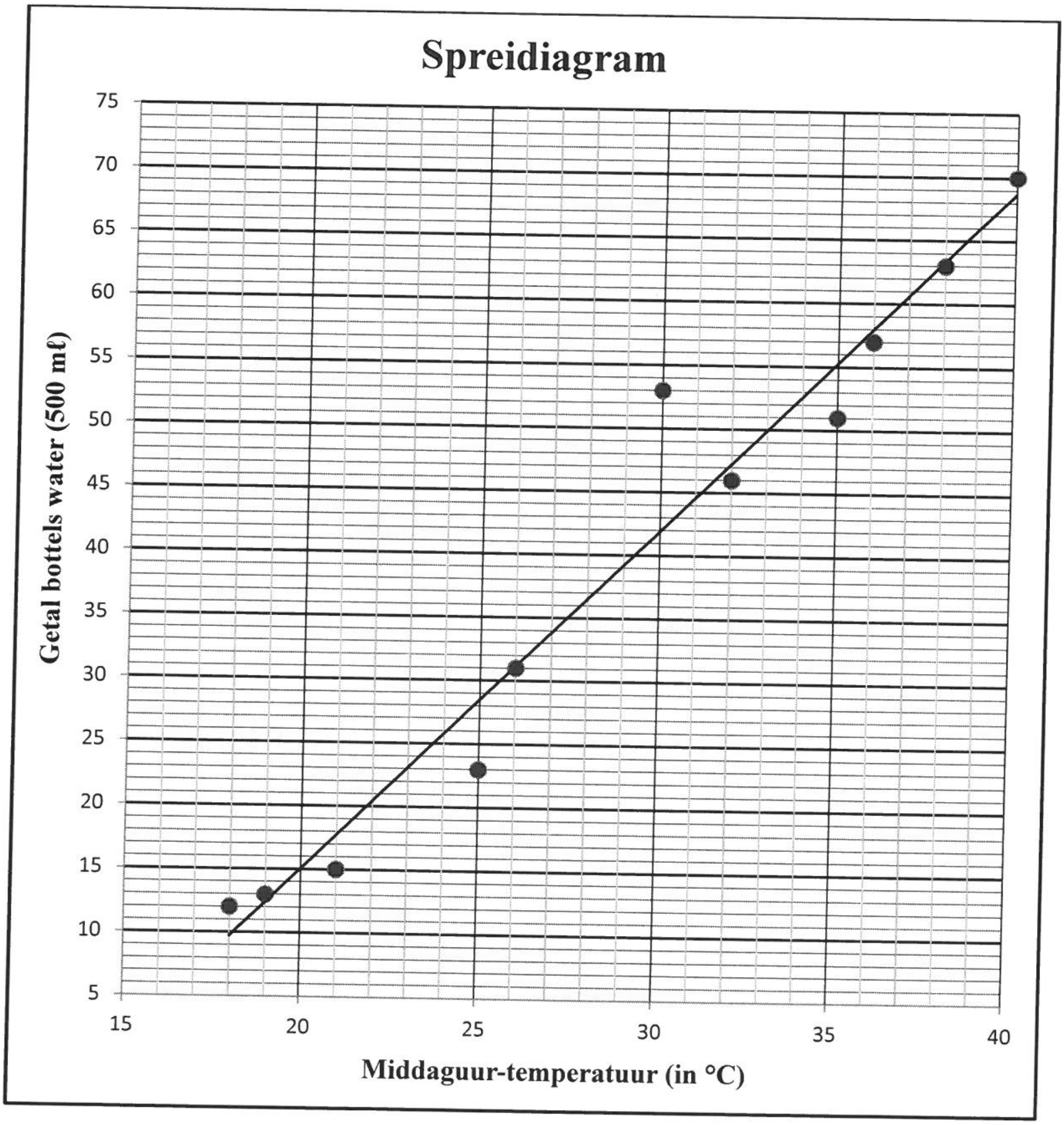
1.6 'n Toer word as gewild beskou indien die getal passasiers op 'n toerbus een standaardafwyking bokant die gemiddelde is. Hoeveel bestemmings was op hierdie spesifieke dag gewild? (2)

[12]

VRAAG 2

Op die eerste skooldag van elke maand word inligting oor die middaguur-temperatuur (in °C) en die getal 500 mℓ-bottels water wat in pouse by die snoepie van 'n sekere skool verkoop word, aangeteken. Die data word in die tabel hieronder getoon en op die spreidiagram voorgestel. Die kleinstekwadrate-regressielyn vir hierdie data is op die spreidiagram geskets.

Middaguur-temperatuur (in °C)	18	21	19	26	32	35	36	40	38	30	25
Getal bottels water (500 mℓ)	12	15	13	31	46	51	57	70	63	53	23



2.1 Identifiseer 'n uitskieter in die data. (1)

2.2 Bepaal die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn. (3)

2.3 Skat die getal 500 mℓ-bottels water wat verkoop sal word indien die middaguur-temperatuur 28 °C is. (2)

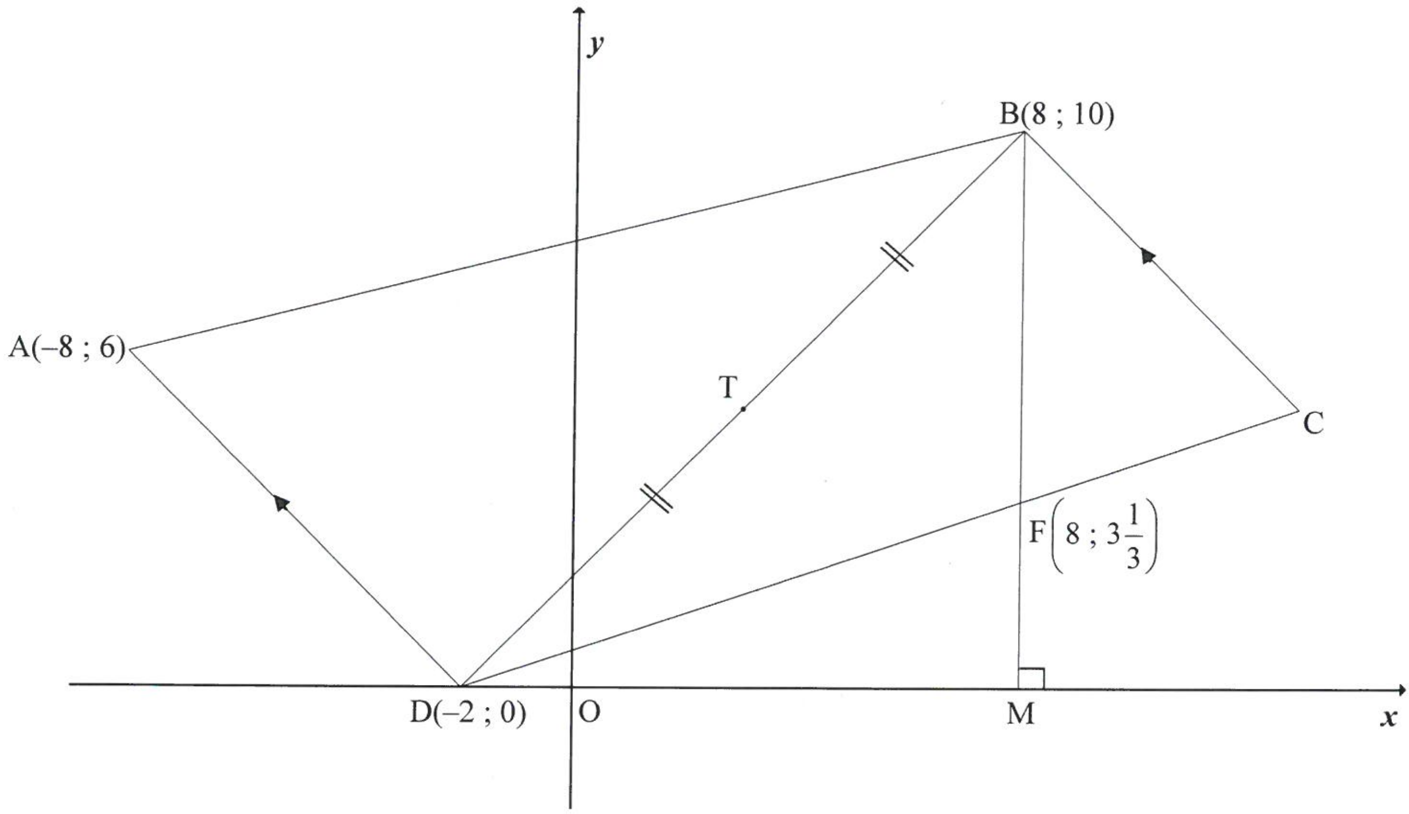
2.4 Verwys na die spreidiagram. Sou jy sê dat die verband tussen die middaguur-temperatuur en die getal 500 mℓ-bottels water wat verkoop word, swak of sterk is? Motiveer jou antwoord. (2)

2.5 Gee 'n rede waarom die waargenome neiging vir hierdie data nie onbepaald kan aanhou nie. (1)

[9]

VRAAG 3

In die diagram hieronder (nie volgens skaal geteken nie) is A(–8 ; 6), B(8 ; 10), C en D(–2 ; 0) die hoekpunte van 'n trapesium met BC | | AD. T is die middelpunt van DB. Die reguitlyn vanaf B, wat ewewydig aan die y-as getrek is, sny DC in $F\left(8\ ;\ 3\frac{1}{3}\right)$ en die x-as in M.

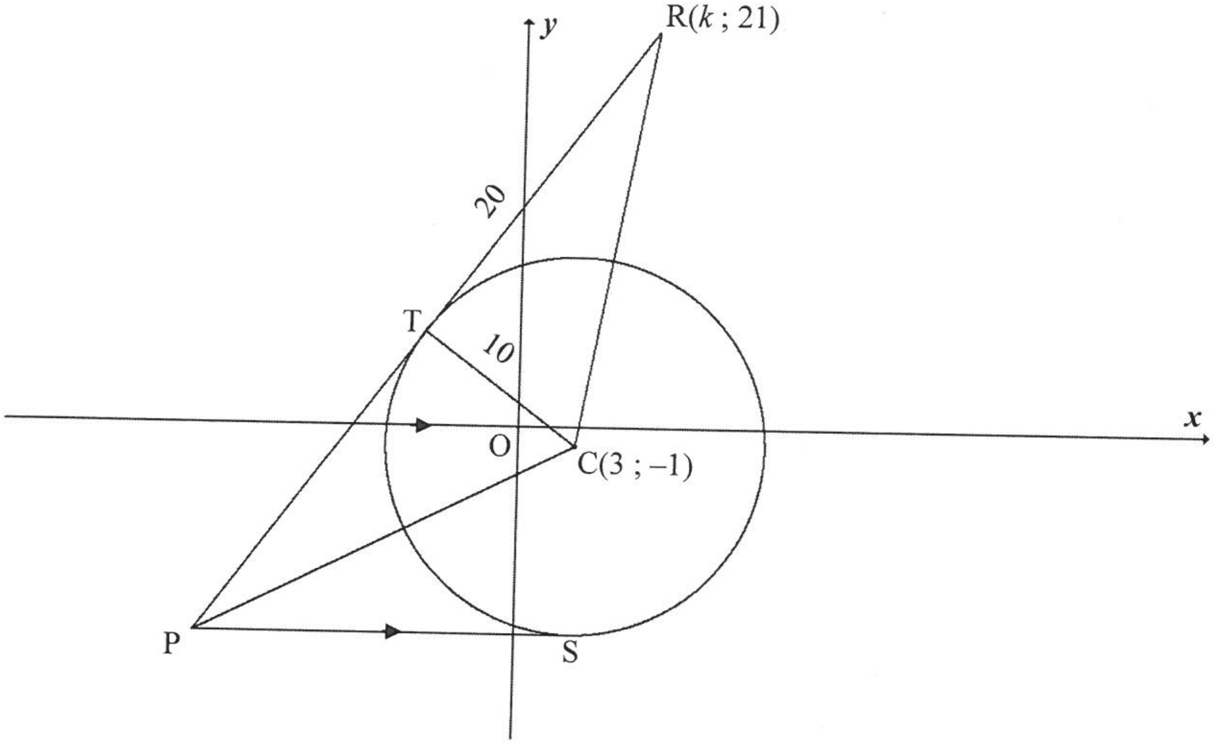


3.1	Bereken die gradiënt van AD.	(2)
3.2	Bepaal die vergelyking van BC in die vorm $y = mx + c$.	(3)
3.3	Bewys dat $BD \perp AD$.	(3)
3.4	Bereken die grootte van $B\hat{D}M$.	(2)
3.5	As gegee word dat TC | | DM en punte T en C simmetries om lyn BM is, bereken die koördinate van C.	(3)
3.6	Bereken die oppervlakte van ΔBDF.	(5)

[18]

VRAAG 4

'n Sirkel met C(3 ; –1) as middelpunt en 'n radius van 10 eenhede is geskets. PTR is 'n raaklyn aan hierdie sirkel by T. R(k ; 21), C en P is die hoekpunte van 'n driehoek. TR = 20 eenhede.



4.1 Gee 'n rede waarom TC $\perp$ TR. (1)

4.2 Bereken die lengte van RC. Laat jou antwoord in wortelvorm. (2)

4.3 Bereken die waarde van k as R in die eerste kwadrant lê. (4)

4.4 Bepaal die vergelyking van die sirkel wat C as middelpunt het en deur T gaan. Skryf jou antwoord in die vorm $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ (2)

4.5 PS, 'n raaklyn aan die sirkel by S, is ewewydig aan die x-as. Bepaal die vergelyking van PS. (2)

4.6 Die vergelyking van PTR is $3y-4x=35$

4.6.1 Bereken die koördinate van P. (2)

4.6.2 Bereken, deur 'n rede te gee, die lengte van PT. (3)

4.7 Beskou 'n ander sirkel met vergelyking $(x-3)^2+(y+16)^2=16$ en middelpunt M.

4.7.1 Skryf die koördinate van middelpunt M neer. (1)

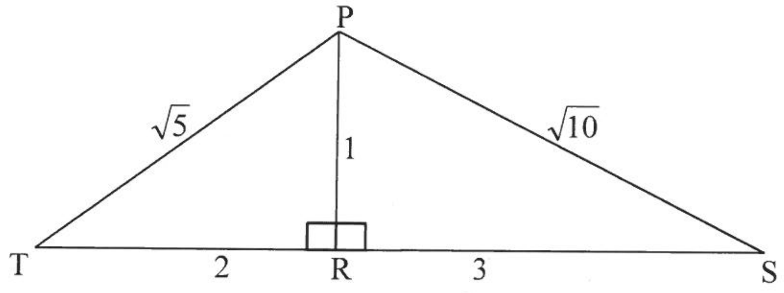
4.7.2 Skryf die lengte van die radius van hierdie sirkel neer. (1)

4.7.3 Bewys dat die sirkel met middelpunt C en die sirkel met middelpunt M mekaar nie sny of raak nie. (3)

[21]

VRAAG 5

5.1 In die diagram is $PR \perp TS$ in stomphoekige driehoek PTS.
$PT = \sqrt{5}$; $TR = 2$; $PR = 1$; $PS = \sqrt{10}$ en $RS = 3$



5.1.1 Skryf die waarde neer van:

(a) $\sin\hat{T}$ (1)

(b) $\cos\hat{S}$ (1)

5.1.2 Bereken, SONDER die gebruik van 'n sakrekenaar, die waarde van $\cos(\hat{T}+\hat{S})$ (5)

5.2 Bepaal die waarde van:

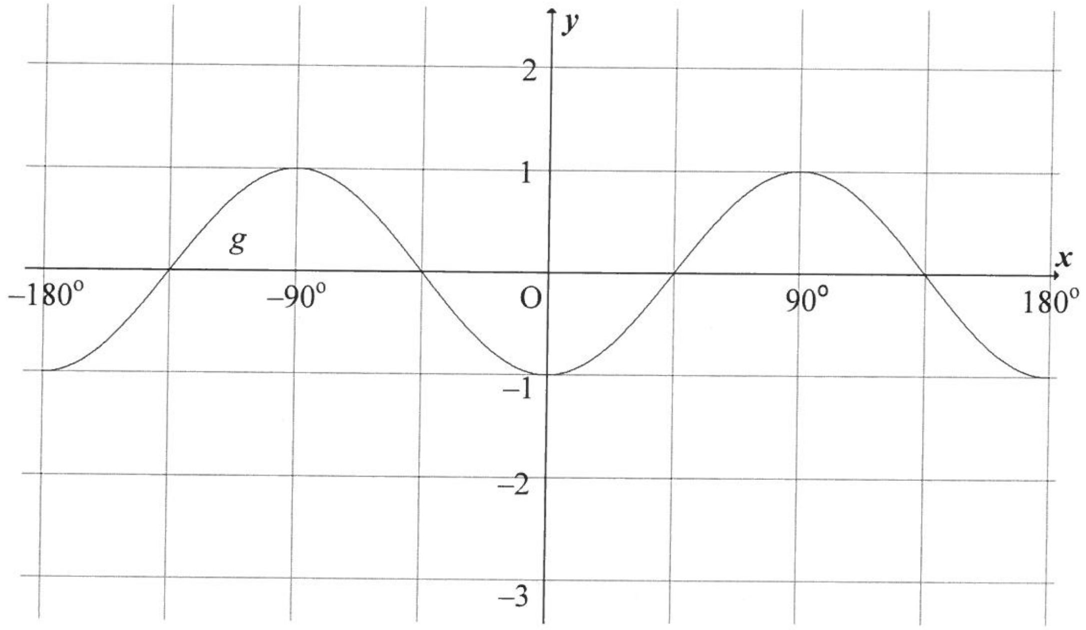
$$\frac{1}{\cos(360^\circ-\theta).\sin(90^\circ-\theta)} - \tan^2(180^\circ+\theta)$$ (6)

5.3 Indien $\sin x - \cos x = \frac{3}{4}$, bereken die waarde van $\sin 2x$ SONDER die gebruik van 'n sakrekenaar. (5)
[18]

VRAAG 6

6.1 Bepaal die algemene oplossing van $4\sin x + 2\cos 2x = 2$ (6)

6.2 Die grafiek van $g(x) = -\cos 2x$ vir $x \in [-180°\ ;\ 180°]$ is hieronder geskets.



6.2.1 Skets die grafiek van $f(x) = 2\sin x - 1$ vir $x \in [-180°\ ;\ 180°]$ op die assestelsel wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf is. (3)

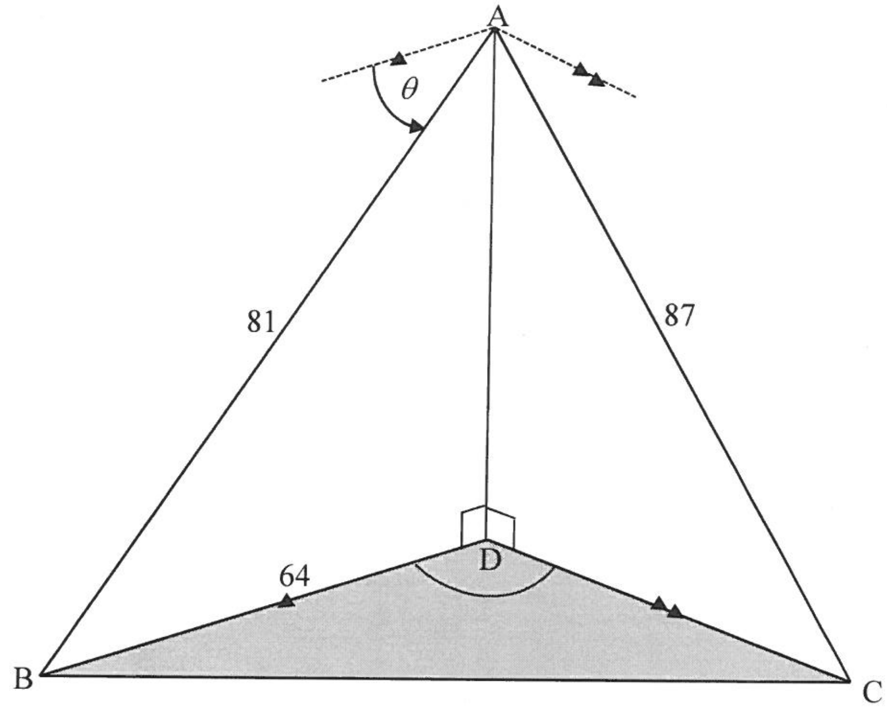
6.2.2 Skryf die waardes van x neer waarvoor g streng afnemend in die interval $x \in [-180°\ ;\ 0°]$ is. (2)

6.2.3 Skryf die waarde(s) van x neer waarvoor $f(x + 30°) - g(x + 30°) = 0$ vir $x \in [-180°\ ;\ 180°]$ (2)

[13]

VRAAG 7

Vanaf punt A sien 'n waarnemer twee bote, B en C, wat voor anker lê, raak. Die dieptehoek van boot B vanaf A is θ. D is 'n punt direk onder A en is op dieselfde horisontale vlak as B en C. BD = 64 m, AB = 81 m en AC = 87 m.



7.1 Bereken die grootte van θ tot die naaste graad. (3)

7.2 As gegee word dat $B\hat{A}C = 82{,}6°$, bereken BC, die afstand tussen die bote. (3)

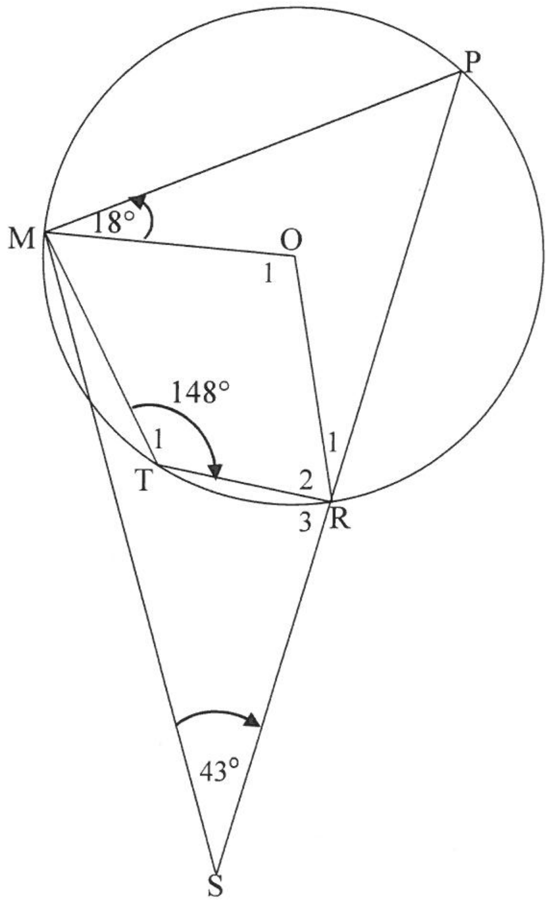
7.3 As $B\hat{D}C = 110°$, bereken die grootte van $D\hat{C}B$. (3)

[9]

Gee redes vir ALLE bewerings in VRAAG 8, 9, 10 en 11.

VRAAG 8

8.1 P, M, T en R is punte op 'n sirkel met O as middelpunt in die diagram hieronder. PR verleng, ontmoet MS by S. Radiusse OM en OR en die koorde MT en TR is getrek. $\hat{T}_1 = 148°$, $P\hat{M}O = 18°$ en $\hat{S} = 43°$



Bereken, met redes, die grootte van:

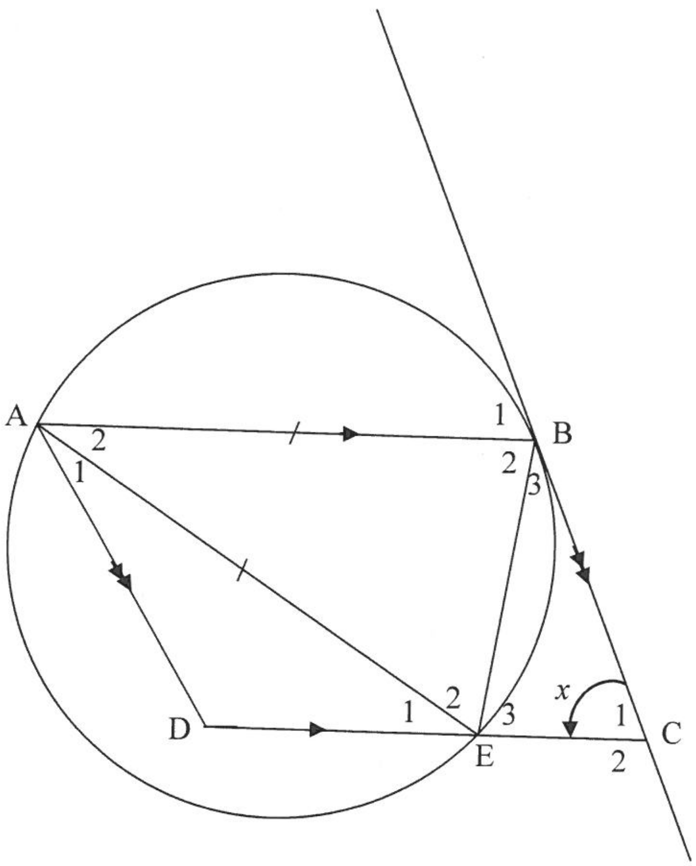
8.1.1 $\hat{P}$ (2)

8.1.2 $\hat{O}_1$ (2)

8.1.3 $O\hat{M}S$ (2)

8.1.4 $\hat{R}_3$ as gegee word dat $T\hat{M}S = 6°$ (2)

8.2 In die diagram hieronder gaan die sirkel deur A, B en E. ABCD is 'n parallelogram. BC is 'n raaklyn aan die sirkel by B. AE = AB. Laat $\hat{C}_1 = x$



8.2.1 Gee 'n rede waarom $\hat{B}_1 = x$ (1)

8.2.2 Noem, met redes, DRIE ander hoeke van dieselfde grootte as x. (6)

8.2.3 Bewys dat ABED 'n koordevierhoek is. (3)

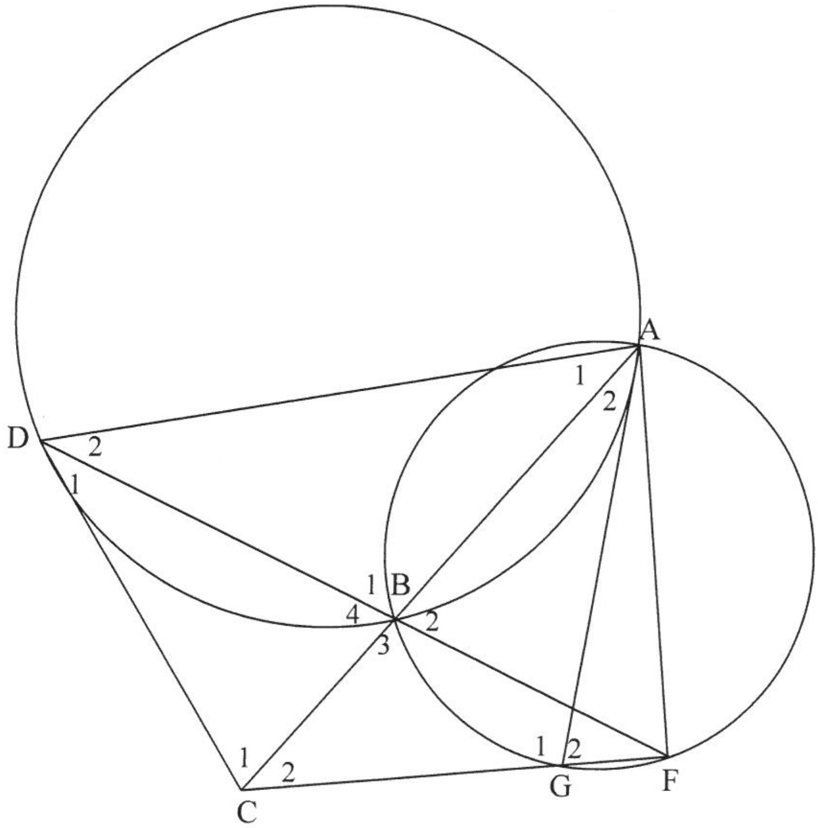
[18]

VRAAG 9

9.1 Voltooi die stelling sodat dit WAAR sal wees:

Die hoek tussen die raaklyn aan 'n sirkel en die koord getrek vanaf die raakpunt, is gelyk aan die hoek ... (1)

9.2 Twee ongelyke sirkels sny in A en B in die diagram hieronder. AB is verleng na C sodat CD 'n raaklyn aan die sirkel ABD by D is. F en G is punte op die kleiner sirkel sodat CGF en DBF reguitlyne is. AD en AG is getrek.



Bewys dat:

9.2.1 $\hat{B}_4 = \hat{D}_1 + \hat{D}_2$ (4)

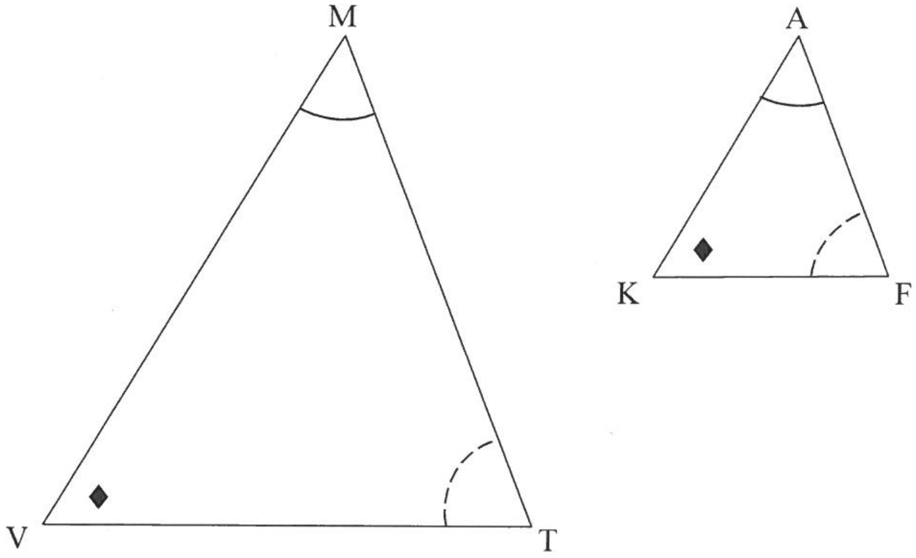
9.2.2 AGCD 'n koordevierhoek is (4)

9.2.3 DC = CF (4)

[13]

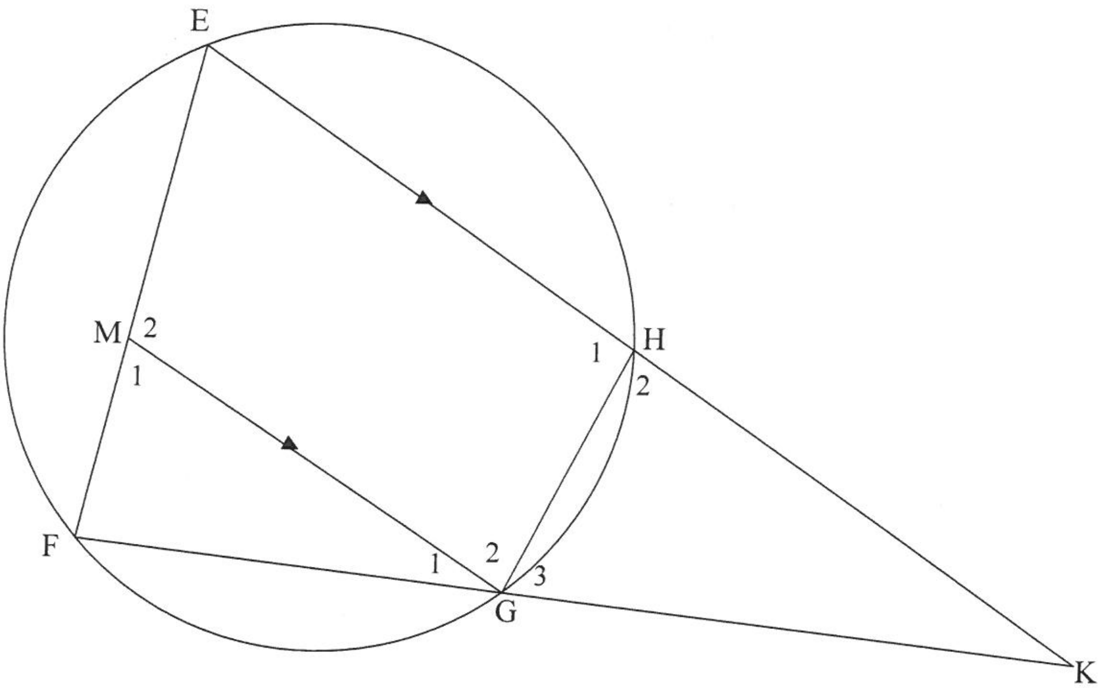
VRAAG 10

10.1 In die diagram hieronder is ΔMVT en ΔAKF geskets sodat $\hat{M} = \hat{A}$, $\hat{V} = \hat{K}$ en $\hat{T} = \hat{F}$



Gebruik die diagram in die ANTWOORDEBOEK om die stelling te bewys wat beweer dat as twee driehoeke gelykhoekig is, dan is die ooreenstemmende sye eweredig, dit wil sê $\frac{MV}{AK} = \frac{MT}{AF}$ (7)

10.2 Koordevierhoek EFGH is in die diagram hieronder geskets. Koord EH verleng en koord FG verleng ontmoet by K. M is 'n punt op EF sodat MG | | EK. Verder is KG = EF



10.2.1 Bewys dat:

(a) $\Delta KGH \mid\mid\mid \Delta KEF$ (4)

(b) $EF^2 = KE \cdot GH$ (2)

(c) $KG^2 = EM \cdot KF$ (3)

10.2.2 As gegee word dat KE = 20 eenhede, KF = 16 eenhede en GH = 4 eenhede, bereken die lengte van EM. (3)

[19]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad A = P(1-ni)$ $\quad A = P(1-i)^n$ $\quad A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}\ ;\ r \neq 1$ $\quad S_\infty = \frac{a}{1-r}\ ;\ -1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad P = \frac{x\left[1 - (1+i)^{-n}\right]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2};\frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad m = \tan\theta$

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

In $\Delta\mathrm{ABC}$: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

area $\Delta\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}ab.\sin\mathrm{C}$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$\mathrm{P(A)} = \frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}$ $\quad$ P(A of B) = P(A) + P(B) – P(A en B)

$\hat{y} = a + bx$ $\quad b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$